DreaMsFida 2026
Gara di via Garzetta, 17 aprile 2026

Quesito 1. Siano a, b, c, d le radici del polinomio

$$p(x) = 3x^4 - 2026x^3 + 2022x^2 - 2025x + 2.$$

La prof.ssa Pagani non ricorda la formula risolutiva delle equazioni di quarto grado, ma sa che non è necessaria per calcolare

$$S = \frac{1}{abc} + \frac{1}{abd} + \frac{1}{acd} + \frac{1}{bcd}.$$

Quanto vale S?

Quesito 2. I e le docenti della Facoltà hanno proposto 2026 argomenti di tesi, numerati da 1 a 2026, e gli e le studenti hanno risposto in massa: per ogni $1 \leq n \leq 2026$, l'n-esimo argomento ha n tesisti. Ad oggi, la tesista dell'argomento 1 ha scritto 2026 pagine di tesi; ciascuno dei tesisti dell'argomento 2 ha scritto 2025 pagine di tesi; e così via fino all'argomento 2026, in cui ciascun tesista ha scritto una pagina. Qual è, al massimo, il numero di pagine scritte su un medesimo argomento di tesi?

Quesito 3. Michelle teme di dimenticarsi il codice per aprire il frigo del bar. Ha scritto quindi un bigliettino: "La somma di tutte le soluzioni intere a, b e c del sistema

$$\begin{cases} a + bc = 2027 \\ ab + c = 2026, \end{cases}$$

è il codice del frigo". Qual è il codice?

Quesito 4. Per celebrare la DreaMsFida, alcuni abili orafi di Mompiano hanno costruito un gioiello a forma di ottaedro. L'ottaedro è ottenuto sovrapponendo sulla loro base due piramidi a base quadrata congruenti. Il lato di base del quadrato è di 22 cm mentre ciascun segmento congiungente un vertice del quadrato con il vertice della piramide è lungo esattamente $\sqrt{3842}$ cm. Il gioiello contiene al suo interno una pepita d'oro sferica.

Qual è il raggio massimo della pepita in cm? Dare come risposta la somma del numeratore e del denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

Quesito 5. Maryna Viazovska, Alessio Figalli, Adam Levine (il matematico, non il cantante dei Maroon 5) e Lisa Piccirillo vanno al cinema, ovviamente a vedere *Fast & Fourier*.

Alessio: «Scegliamo una fila libera e compriamo 4 biglietti casuali di quella fila!».

Lisa: «Ma le file sono lunghe 50 posti! Sarà improbabile sedere vicini».

Qual è la probabilità che almeno due amici alla fine siano seduti vicini? Esprimere il risultato come somma di numeratore e denominatore della frazione così ottenuta, una volta ridotta ai minimi termini.

Quesito 6. L'app della banca del Prof. Musesti è dispettosa: invece di mostrare il saldo del suo conto, propone strani conti non sempre immediati. Oggi la scritta è la seguente: "Il tuo saldo residuo in euro è il coefficiente di grado 7 del polinomio $(2x^2+x+1)^6$". A quanto ammonta il saldo del prof. Musesti?

Quesito 7. La Prof.ssa Giantesio deve trasferirsi dal terzo al quarto piano del Corpo Sud, e vuole portarsi la sua scrivania. Deve però attraversare un corridoio angolare, i cui bracci sono larghi $2,7$ e $6,4$ metri. Riducendo la scrivania a un mero segmento unidimensionale e supponendo di non poterla inclinare verso il basso o l'alto (per non far cadere tutti i preziosi oggetti su di essa), quanti metri al più può essere lunga la scrivania affinché il trasloco avvenga con successo?

Quesito 8. Il Prof. Alfredo Marzocchi, per festeggiare la pubblicazione del suo ultimo articolo, ha deciso di preparare una torta un po' particolare: il *Flauto di Pan Iperbolico*. La torta nello spazio tridimensionale (adimensionale) è delimitata dall'alto da $x^2-y^2-z+2=0$, poggia sul piano $z=0$ e lateralmente è confinata all'interno del cilindro $x^2+y^2=1$. A questo punto, sorge un dubbio: da ricetta, sappiamo che la densità di massa (adimensionale) della torta, una volta pronta, sarà $\varrho(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2}$, quindi quale sarà la sua massa (adimensionale) moltiplicata per 1000?

Quesito 9. Per testare la potenza del nuovo server di calcolo del dipartimento, il Prof. Ballarin considera la funzione

$$g = \underbrace{f \circ f \circ \cdots \circ f}_{\text{99 volte}}$$

dove

$$f(x) = \frac{x}{2}\cos^2(\pi x/2) + (3x+1)\sin^2(\pi x/2).$$

Poi fa calcolare al server il valore di $g(17)+g(18)$.

Anche senza accedere alla vastissima potenza della nuova macchina, trova il valore ottenuto, supponendo che il Prof. Ballarin non compia errori di programmazione.

Quesito 10. Il Prof. Tamanini, un giovedì mattina come tutti gli altri, arriva in ufficio e, davanti alla porta, trova l'esercito di tesisti della Prof.ssa Giantesio che attendono il loro turno. Per alleggerire l'attesa propone un quesito: «Considerate l'equazione

$$(x^3-7) - 7\sqrt[3]{7x-6} + 6 = -7.$$

Riuscite a trovare il prodotto di tutte le soluzioni razionali dell'equazione?».

Restituire il valore assoluto della soluzione al quesito del Prof. Tamanini moltiplicato per 1000.

Quesito 11. Durante un'escursione notturna legata al corso di Meccanica Celeste, il Prof. Marzocchi fa osservare ai suoi numerosi studenti il pianeta *Passio* avente

Cursus come unico satellite. Spiega che Cursus possiede un'orbita perfettamente ellittica e sfida i suoi studenti a studiarne l'equazione dando alcuni indizi in un opportuno sistema di riferimento. Innanzitutto spiega che l'orbita è confinata su un cono circolare, retto e gelatabile di vertice $V = (0, 0, 0)$, l'asse rivolto nel senso dell'asse verticale e le pareti inclinate esattamente di $\frac{\pi}{4}$. Inoltre, considerando una sfera incastrata all'interno del cono, fa osservare che il piano dell'orbita è tangente alla suddetta sfera in $F = (0, 4, 3)$. Gli studenti passano la notte a determinare l'equazione dell'ellisse ed al mattino vengono premiati con una fetta di crostata.

Restituire il valore

$$1000 \cdot e + 7 \cdot 2a,$$

dove e è il valore dell'eccentricità e a è la lunghezza del semiasse maggiore.

Quesito 12. Il Prof. Pellegrini ha trovato fuori dall'ufficio un biglietto, lasciato dal suo curioso dottorando, con uno strano quesito:

"Sia D l'insieme di tutti e soli i divisori positivi di 2026. Quanti sono i sottoinsiemi non vuoti di D tali che la somma dei rispettivi elementi sia un multiplo di ciascuno?"

Ci pensa per qualche secondo e poi, ridendo, esclama: ≪Beh, sicuramente non è un numero primo!≫.

Restituire il numero di sottoinsiemi moltiplicato per 2026.

Quesito 13. Nel regno di *Analytica*, il giovane cavaliere *Taylor* giunge ai piedi della *Guglia di Nepero*: una torre la cui altezza H non è fissa, ma muta a seconda della densità dell'aria x. La leggenda narra che la sua altezza sia definita da una "potenza che divora sé stessa", ossia

$$H(x) = x^{x^{x^{\cdots}}}.$$

Un drago sorveglia la torre; è un essere pignolo che odia le approssimazioni, e pone a Taylor l'enigma

$$\lim_{x \to 1} \frac{H(x) - 1 - (x - 1)}{(x - 1)^2}.$$

Se Taylor fallisse, verrebbe trasformato in una costante di integrazione e dimenticato per sempre.

Restituire il doppio del valore del limite.

Quesito 14. La formica Fiona parte da un vertice di un'aiuola quadrata e vuole raggiungere il vertice opposto. Si addentra, dapprima percorre 80 cm in linea retta lungo un lato. Ruota poi di $-\frac{\pi}{2}$ e percorre 40 cm all'interno dell'aiuola. Infine, dopo aver ruotato di $\frac{\pi}{2}$ percorre altri 20 cm, arrivando esattamente in uno dei lati incidenti nel vertice opposto a quello di partenza.

Quanto misura, in centimetri, il lato dell'aiuola?

Quesito 15. Prof.ssa Pagani: ≪Il mio tempo come docente di Algebra Lineare è finito. Mattia, proponi tu un quesito a tema.≫

Mattia: ≪Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e la successione di matrici

$$M_n = \left(A + A^T\right)^n, \qquad n \geq 1.$$

Determinare il valore dell'elemento di riga 1 e colonna 1 della matrice M_6.≫

Quesito 16. Tre dottorandi ordinano un caffè ciascuno, personalizzandolo a piacere tra decaffeinato e/o macchiato e/o zuccherato (o, nel caso, anche liscio). Momentaneamente distratta da un'urgenza, Michelle ricorda solo che, nel totale dei tre ordini, comparivano almeno una volta tutte e tre le varianti. Decide quindi di servire a ciascuno un caffè che sia contemporaneamente decaffeinato, macchiato e zuccherato.

Qual è la probabilità che almeno due clienti ricevano esattamente ciò che avevano chiesto? Dare come risposta la somma del numeratore e del denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.

Quesito 17. Nella Biblioteca Viganò, il Prof. Pellegrini, esperto crittografo e storico della Matematica, sta cercando di decifrare un antico manoscritto di Niccolò Tartaglia. Il lavoro di analisi non riguarda l'intero volume, ma si concentra esclusivamente sulle pagine contrassegnate da un numero intero n, compreso tra 1 e 500, tali che il relativo fattoriale sia divisibile per $3^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$.

Determinare quali sono i numeri di pagina n che soddisfano tale condizione e calcolarne la somma.

Quesito 18. Il Prof. Tamanini, al fine di preparare lo scritto di Analisi 1, si affida all'*I Ching*. Prende quindi una moneta non truccata ed effettua sei lanci: se esce testa, egli traccia una linea spezzata; se esce croce, una linea continua. Sei lanci generano un esagramma. Due esagrammi si dicono in risonanza se differiscono esattamente in tre linee. Quante coppie ordinate di esagrammi in risonanza ci sono?

Quesito 19. Il Prof. Tamanini sta preparando l'ultimo esercizio dello scritto di Analisi 1. L'esagramma che lo deve ispirare è 蹇 (*jiǎn*, "L'ostacolo"). Decide quindi di mettere alla prova i suoi studenti con il calcolo del seguente integrale:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x} \frac{\sin(x/2)}{x/2} \mathrm{d}x\,.$$

Si moltiplichi il valore dell'integrale per 100 e si riporti la parte intera come risposta.

Quesito 20. Il Prof. Tamanini, in un piovoso pomeriggio, decide di combinare due delle sue passioni: la numismatica e i frattali. Prende quindi un luigi d'oro della Seconda Repubblica, leggermente consumato su un lato, e decide di costruire un insieme di Cantor aleatorio. Al primo passo suddivide l'intervallo [0,1] in tre parti uguali, rimuove quella centrale, mentre per ciascuna delle due parti rimanenti procede nel modo seguente: lancia la moneta e, se esce testa, quella parte viene tenuta; se esce croce, viene rimossa. Al passo successivo, suddivide ciascuna delle parti sopravvissute in tre parti e ripete il procedimento infinite volte.

Sapendo che il luigi d'oro dà testa con una probabilità di $\frac{2}{3}$, qual è la probabilità che l'insieme di Cantor aleatorio sia vuoto? Si fornisca come risultato la probabilità moltiplicata per 1000.

Quesito 21. Prof. Pellegrini: ≪Ho trovato la coppia di interi positivi (a, b), tali che

$$a^2 + ab + b^2 = (12^2 + 12 + 1) \cdot (13^2 + 13 + 1),$$

che massimizza $a + b$.≫

Prof.ssa Pagani: ≪Stai forse dicendo che esiste un piano proiettivo di ordine 12?≫

Quanto vale $a \cdot b$?