

Allenamenti di Matematica

Logica e probabilità

1. Tre amici stanno conversando. Uno di loro dice: 'Almeno due di noi sono bugiardi.' Un altro ribatte: 'Non è vero!'. Quanti sono i bugiardi?
(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) *I dati sono incongruenti*
(E) *Non si può determinare in modo univoco*
2. Alberto vuole organizzare per questa sera una partita di poker. Egli sa che Bruno e Barbara si recano insieme in palestra una sera su tre, e che Carla, Corrado, Dario e Davide sono impegnati una sera su due (ma non necessariamente negli stessi giorni). Inoltre sa che Dario non vuole giocare con Davide perché questi gli ha portato via la ragazza. Poiché per giocare a poker occorrono almeno quattro persone (compreso Alberto), qual è la probabilità che stasera si giochi?
3. In un'isola ci sono due categorie di persone: i cavalieri, che dicono sempre la verità, e i furfanti, che mentono sempre. Un certo giorno si riunisce il gran consiglio, costituito da 2003 membri. Essi si siedono a caso intorno ad una tavola rotonda, e durante la riunione ciascuno di essi dichiara: 'Entrambi i miei vicini sono furfanti.' Il giorno dopo il consiglio si riunisce di nuovo, ma uno dei membri malato, per cui sono presenti solo 2002 membri. Essi si ridispongono nuovamente a caso intorno alla tavola rotonda e ciascuno di essi dice: 'Entrambi i miei vicini appartengono alla categoria opposta alla mia.' Il malato era un furfante o un cavaliere?
4. Tre amici possiedono ciascuno tre gettoni. Dopo ogni partita il vincitore riceve un gettone da ognuno degli altri due amici. Qual è la probabilità che il gioco non si debba interrompere entro cinque partite poiché uno dei giocatori rimane senza gettoni?
(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$
5. Tre amici partecipano a sei gare; chi vince la prima guadagna un punto, chi vince la seconda due, e così via. Sapendo che ognuno dei tre ha vinto due gare, qual è la probabilità che tutti abbiano ottenuto lo stesso punteggio?
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{12}$ (E) $\frac{1}{15}$

6. Una, ed una sola, delle seguenti affermazioni è falsa: quale?
- (A) *Andrea è più giovane di Bruno, che è più forte di Carlo*
 - (B) *Andrea è più forte di Bruno, che è più giovane di Carlo*
 - (C) *Bruno è più vecchio di Andrea*
 - (D) *Bruno è più debole di Andrea*
 - (E) *Bruno è più vecchio e più debole di Carlo*
7. Cinque amici fanno, rispettivamente, le seguenti affermazioni:
 ‘Comunque si scelga uno di noi, gli altri quattro mentono.’
 ‘Comunque si scelga uno di noi, gli altri quattro dicono il vero.’
 ‘Comunque si scelga uno di noi, ce n’è un altro che dice il vero.’
 ‘C’è uno di noi tale che ogni altro dice il vero.’
 ‘C’è uno di noi tale che ogni altro mente.’
 Quale delle seguenti affermazioni può essere dedotta dalle precedenti?
- (A) *Esattamente uno dice il vero*
 - (B) *Esattamente due dicono il vero*
 - (C) *Esattamente tre dicono il vero*
 - (D) *Esattamente quattro dicono il vero*
 - (E) *Non è possibile determinare il numero di coloro che dicono il vero*
8. Durante una festa, tre ragazze e tre ragazzi si siedono casualmente ad un tavolo rotondo. Qual è la probabilità che non ci siano due persone dello stesso sesso sedute a fianco?
- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{3}{20}$ (D) $\frac{1}{12}$ (E) $\frac{11}{36}$
9. Alberto e Barbara giocano con un dado. Dopo un po’ si accorgono che il dado è truccato, e che il numero 1 esce più frequentemente degli altri cinque numeri (che invece restano equiprobabili). Decidono quindi che, quando esce 1, quel tiro è annullato e si tira di nuovo. Se si continua a lanciare il dado fino a quando si ottengono due tiri validi, qual è la probabilità che la somma dei due numeri validi usciti sia 8?
- (A) $\frac{3}{25}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{6}{25}$ (E) $\frac{1}{4}$
10. Due giocatori A e B fissano le seguenti regole: A lancia n monete e il suo avversario B ne lancia $n + 1$. Vince la partita chi ottiene un maggior numero di ‘teste’ e, in caso di parità, si assegna la vittoria ad A . Dire per quali valori di n questo gioco è equo (cioè entrambi i giocatori hanno la stessa probabilità di vincere).
11. Si scelgano due punti a caso sul segmento AB , dividendolo in 3 segmenti. Qual è la probabilità che con tali 3 segmenti si possa costruire un triangolo che li ha come lati?
12. Sia A un insieme di interi positivi. Utilizzando il fatto che, tra le seguenti cinque affermazioni, una e una sola è corretta, determinarla.
- (A) *Ogni elemento di A è multiplo di 3, di 4, di 5 e di 6*
 - (B) *Ogni elemento di A è un quadrato perfetto pari*
 - (C) *Ogni elemento di A è multiplo di 4*
 - (D) *Ogni elemento di A è multiplo di 6 e di 8*
 - (E) *Ogni elemento di A è multiplo di 8 e di 12*

13. In una classe sono state formate una squadra di calcio e una di tennis. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?
- (A) *Il miglior calciatore tra i tennisti è anche il miglior tennista tra i calciatori*
 - (B) *Il più giovane tra i calciatori che giocano a tennis è anche il più giovane dei tennisti*
 - (C) *Se il più bravo dei giocatori non gioca a tennis, allora il più bravo dei tennisti non gioca a calcio*
 - (D) *Se il più giovane dei giocatori non gioca a tennis, allora il più giovane dei tennisti non gioca a calcio*
 - (E) *Nessuna delle precedenti affermazioni è vera*
14. Tre esploratori vengono catturati. Il capo tribù che li ha catturati mostra loro cinque cappelli (tre bianchi e due neri), dicendo: ‘Vi saranno posti sul capo tre di questi cappelli. Ognuno di voi potrà vedere i cappelli degli altri ma non il proprio. Chi di voi indovinerà il colore del proprio cappello avrà salva la vita, gli altri saranno giustiziati.’ Tre dei cinque cappelli vengono poi posti sul capo degli esploratori. Il primo di essi dichiara: ‘Il mio cappello è nero.’ Il secondo dichiara successivamente: ‘Anche il mio cappello è nero.’ A questo punto il terzo dichiara: ‘Io conosco con assoluta certezza il colore del mio cappello: esso è ...’
Di quale colore è il cappello e perché?