

Allenamenti di matematica

Combinatoria e probabilità

Orzinuovi - 25 gennaio 2016

- Bottiglie di vino.** In quanti modi possiamo disporre 4 bottiglie di vino rosso, tra loro identiche, e 6 bottiglie di vino bianco, anch'esse identiche, in uno scaffale con 10 scomparti? E se gli scomparti fossero 12?
- Incroci.** Su un piano sono date 10 rette, in modo che tra esse non vi siano coppie di rette parallele. Quanti sono i punti di intersezione tra tali rette?
- Generi letterari.** Un libraio dispone di tre vetrinette per esporre le novità: una riservata ai romanzi, una ai libri scientifici ed una ai libri di attualità, e in ciascuna di esse si possono esporre tre titoli. Questo mese, tra le novità vi sono 8 romanzi, 4 libri scientifici e 6 di attualità. In quanti modi si possono allestire le vetrinette, tenendo conto della disposizione dei libri?
- L'insegna.** Un'insegna, costituita da una parola di 6 lettere, dev'essere dipinta colorando ciascuna lettera di un colore scelto tra rosso, verde, giallo e blu. In quanti modi si può fare?
- Miscele alcoliche.** In quanti modi si possono preparare aperitivi, disponendo di 4 tipi di liquori, mettendo in ogni aperitivo 6 parti di liquori?
- La segretaria.** In un ufficio, in diversi momenti della giornata, il capo dà alla segretaria una lettera da battere a macchina, mettendola sempre in cima alla pila di fogli. Quando ha tempo, la segretaria prende la lettera dalla cima della pila e la batte. Il capo le consegna complessivamente cinque lettere, nell'ordine: A , B , C , D e E . In che ordine la segretaria batterà le lettere?
Ci sono evidentemente diverse soluzioni. Quante?
- Lampadine.** Si prendano a caso 3 lampadine fra 15 lampadine, di cui 5 difettose. Determinare la probabilità che:
 - nessuna sia difettosa;
 - una e una sola sia difettosa;
 - almeno una sia difettosa.
- I portamonete.** Cinque portamonete contengono ciascuno due scomparti. I primi due contengono una moneta da 1 Euro in ciascuno dei due scomparti, altri due contengono una moneta da 50 Centesimi nel primo scomparto e una moneta da 1 Euro nel secondo, l'ultimo una moneta da 50 Centesimi in ciascuno dei due. Calcolare la probabilità che:
 - scelto a caso un portamonete e, quindi, uno dei suoi due scomparti, quest'ultimo contenga una moneta da 1 Euro;
 - scelto a caso un portamonete e, quindi, uno dei suoi due scomparti, se quest'ultimo contiene una moneta da 1 Euro, anche l'altro scomparto contenga una moneta da 1 Euro.
- Cast Away (dalla gara a squadre del 2015, problema 10).** *Si vede un poligono regolare con 2016 lati che galleggia sul mare calmo.*
Voce fuori campo Scelti a caso tre vertici distinti di esso, qual è la probabilità che formino un triangolo rettangolo?

10. **Il buono, il brutto, il cattivo (dalla gara a squadre del 2015, problema 16).** *Un saloon nel Far West, due cowboy seduti a un tavolo; intorno un capannello di curiosi che aspetta di vedere il morto.*

Tuco Guarda questa moneta, Biondo. Ha tre facce: testa, croce, fiamma.

Il Biondo È equilibrata?

Tuco Certo! Ti propongo un gioco: se esce testa, chi ha tirato la moneta vince; se esce croce passa la moneta all'altro; se esce fiamma tira ancora. Si continua finché uno dei due giocatori non vince. Comincio io.

Il Biondo (*estraendo la pistola*) No, comincio io.

Voce fuori campo Qual è la probabilità di vittoria del Biondo?

11. **Bingo (dalla gara a squadre del 2015, problema 19).** *Sala per il Bingo piena di giocatori.*

Presentatore Oggi proponiamo un nuovo gioco con 81 palline numerate da 0 a 80: pagando un euro, potrete scegliere tre numeri la cui somma faccia 80 non necessariamente diversi tra loro, in ordine crescente.

Spettatore Ma come faccio a mettere in ordine crescente 20, 20 e 40?

Presentatore (*in tono ironico*) Per il nostro giocatore m.a.t.e.m.a.t.i.c.o., spieghiamo che, se paga un euro, scrive tre numeri n, m, k tali che $n + m + k = 80$ e $0 \leq n \leq m \leq k \leq 80$ e partecipa al gioco; (*rivolto allo spettatore*) va bene così? (*rivolto a tutti*) Estraggo a caso una pallina dal sacchetto con le 81 palline numerate da 0 a 80. Chi ha scritto il numero estratto vince 10 euro.

Il presentatore prende una pistola e spara nella direzione dello spettatore.

Spettatore Li ho scritti e ho pagato l'euro, ma questo gioco è una truffa!

Voce fuori campo Qual è la probabilità che lo spettatore, scelti tre numeri a caso come richiesti dalle regole, vinca?