

Simulazione della Disfida

Problema 1. Calcolare l'area del quadrato inscritto nella semicirconferenza di raggio 25. [10pt]

Problema 2. m ed n sono due interi primi tra loro. Nel polinomio $(mx + n)^{2000}$, i coefficienti di x^2 e x^3 sono uguali. Quanto vale $m + n$? [10pt]

Problema 3. Vogliamo colorare le facce di un ottaedro di otto colori diversi, uno per faccia. Quanti modi diversi ci sono di farlo (diversi = non c'è una rotazione che trasforma una colorazione nell'altra)? [15pt]

Problema 4. Abbiamo a disposizione un mazzo di carte francesi con le figure dal 7 incluso all'asso. Nel gioco del poker (con 5 carte per giocatore) quante sono le possibili doppie coppie servite? [15pt]

Problema 5. Qual è la somma di tutti i numeri di due cifre che sono multipli di ognuna delle loro cifre? [20pt]

Problema 6. Nella successione crescente $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots$, dove l'intero n appare n volte, qual è il 2009-esimo termine? [20pt]

Problema 7. Determinare l'area di un triangolo che ha due mediane ortogonali lunghe rispettivamente 10 e 15. [25pt]

Problema 8. Trovare il più piccolo intero positivo con 12 divisori pari (positivi) e 6 divisori dispari (positivi). [25pt]

Problema 9. Se $f(x) = |3x - 1|$, quante soluzioni ha l'equazione $f(f(x)) = x$? [30pt]

Problema 10. Quanti sono i modi di assegnare 30 premi in denaro, tutti uguali, a sette candidati, sapendo che ogni candidato riceve almeno un premio? [35pt]

Problema 11. In quanti modi è possibile scegliere due insiemi disgiunti a partire da un insieme formato da 6 elementi? [35pt]

Problema 12. So che se dispongo un certo gruppo di persone in fila per 7, 11 e 13 ho resto 1, 0 e 12 rispettivamente. Qual è il numero minimo di persone, sapendo che sono più di mille? [35pt]

Problema 13. In quante regioni viene suddiviso un piano da 20 rette a due a due incidenti in punti tutti distinti? [40pt]

Problema 14. Quanti punti a coordinate intere stanno sull'iperbole di equazione $x^2 - y^2 = 2000^2$? [40pt]

Problema 15. Quanto vale il resto di $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 50 \cdot 51 \cdot 52$ diviso 10000? [45pt]

Problema 16. Un trapezio $ABCD$ ha AB parallelo a CD e $CD = AB + 100\sqrt{29}$. Il segmento che congiunge i punti medi dei lati AD e BC taglia il trapezio in due parti delle quali una ha area $\frac{2}{3}$ dell'altra. Trova la lunghezza del segmento parallelo a CD che taglia il trapezio in due parti di area uguale. [50pt]

Problema 17. Trova il prodotto di tutti i numeri primi minori di 10^{19} della forma $n^n + 1$. [70pt]

Problema 18. In quanti modi diversi possiamo disporre in una fila 19 palline bianche o nere, in modo che non ci siano mai due palline bianche consecutive né tre palline nere consecutive? [70pt]