

Disfida Matematica 2007
Soluzione del problema 14

14. **Luci poliedriche.** Osserviamo due cose: la prima è che ad ogni smussamento il numero dei vertici del lampadario diventa il triplo di quello precedente. La seconda è che il numero delle facce che si *aggiungono alle precedenti* ad ogni smussamento è pari al numero dei vertici allo smussamento precedente. Quindi la successione del numero di vertici durante gli smussamenti è

$$8, \quad 8 \cdot 3, \quad 8 \cdot 3^2, \quad 8 \cdot 3^3, \quad 8 \cdot 3^4, \quad 8 \cdot 3^5, \quad 8 \cdot 3^6$$

e il numero totale di facce, visto che all'inizio ce ne sono 6, diventa

$$6 + 8 + 8 \cdot 3 + 8 \cdot 3^2 + 8 \cdot 3^3 + 8 \cdot 3^4 + 8 \cdot 3^5 = 6 + 8 \cdot \sum_{k=0}^5 3^k.$$

Si può fare il conto a mano, oppure osservare che

$$\sum_{k=0}^5 3^k = \frac{3^6 - 1}{3 - 1} = \frac{728}{2} = 364,$$

e dunque $6 + 8 \cdot 364 = 2918$. La risposta è dunque 2918.