Disfida Matematica 2007

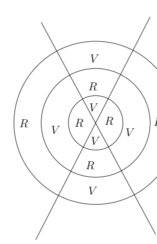
Soluzioni dei problemi 6 – 10

6. **Finanziamenti occulti.** Intanto osserviamo che il numero di calzini per ogni colore è pari, quindi se si esaurisce un colore non ne rimangono di spaiati. Poi, è necessario prendere almeno 4014 calzini, per averne un paio a testa. Inoltre, poiché i colori sono 6, il caso peggiore è che "avanzino" 6 calzini spaiati, ovvero ne manchino 3 paia. Se ne prendo ancora 5 sono certo di farne almeno altre 3 paia, che sono quelle che mancavano. Se invece ne avessi presi ancora 4, avrebbero potuto essere due di un colore e due di un altro, ovvero due paia già complete, e ne sarebbe mancato ancora un paio. Quindi la risposta è $\boxed{4019}$.

7. **Exit polls.** Denotando con x il numero degli elettori che ha effettivamente votato "Sì", si ha ovviamente che il numero di quelli che hanno dichiarato di aver votato "Sì" è dato da $x/10$ più $9(10000 - x)/10$, dove chiaramente $10000 - x$ è il numero degli elettori che hanno votato "No". Quindi
$$3600 = \frac{x}{10} + \frac{9(10000 - x)}{10} = \frac{90000 - 8x}{10},$$
da cui $8x = 90000 - 36000 = 54000$. La risposta è quindi $x = \boxed{6750}$.

8. **Tagli alla spesa.** L'equazione (logaritmica) che caratterizza S è
$$\log_{2010} \log_{2009} \log_{2008} \log_{2007} S = 2\,.$$
La soluzione è della forma $S = 2007^c$, per cui il più grande fattore primo di S è più semplicemente il più grande fattore primo di 2007. Una semplice scomposizione in fattori dà la risposta $\boxed{0223}$.

9. **L'aiuola bipartisan.** Facciamo una figura tanto per chiarirci le idee.



Chiamiamo x un angolo formato dalle due rette. Poiché l'area del settore circolare di raggio R e angolo (in gradi sessagesimali) x è $xR^2\frac{\pi}{360}$, si ha l'equazione

$$\left[2x(1^2) + 2(180-x)(2^2-1^2) + 2x(3^2-2^2)\right]\frac{\pi}{360} =$$
$$\frac{3}{2}\left[2(180-x)(1^2) + 2x(2^2-1^2) + 2(180-x)(3^2-2^2)\right]\frac{\pi}{360}\,,$$

da cui segue $3x = 12(180-x)$, ovvero $x = 144$. L'altro angolo misura quindi $(180-144) = 36$ gradi. La risposta è $\boxed{0036}$.

10. **Panem et circenses.** Cerchiamo intanto gli anni giusti tra il 1900 e il 1999. Poiché la somma delle cifre di tali anni è al massimo 28 (per il 1999) e la somma delle cifre delle cifre è al massimo 10 (per 28 appunto, o anche per 19), la somma totale da aggiungere all'anno è al massimo 38, quindi si può partire almeno dall'anno $2007-38 = 1969$. Inoltre osserviamo che ogni volta che si incrementa di un anno può succedere che incrementi di tre il risultato finale, oppure diminuisca di 6 o di 15 (quando si salta alla decina successiva, la somma delle cifre cala di 8). Quindi, poiché 2007 è multiplo di 3, dobbiamo partire con un multiplo di 3. Il primo è 1971, che dà 1998, dunque a 1974 che dà 1998, dunque a 1977 che dà 2007. Abbiamo trovato il primo. Continuiamo con 1980, che dà ancora 2007. Ecco il secondo. Arriviamo a 1983, che dà ancora 2007. Ecco il terzo. L'anno 1986 dà invece 2016 (+9), e sono sbagliati anche il 1989, 1992, 1995, 1998. Il 2001 è ancora giusto, e poi basta. Risultano quindi quattro anni: 1977, 1980, 1983, 2001, la cui somma è $\boxed{7941}$.