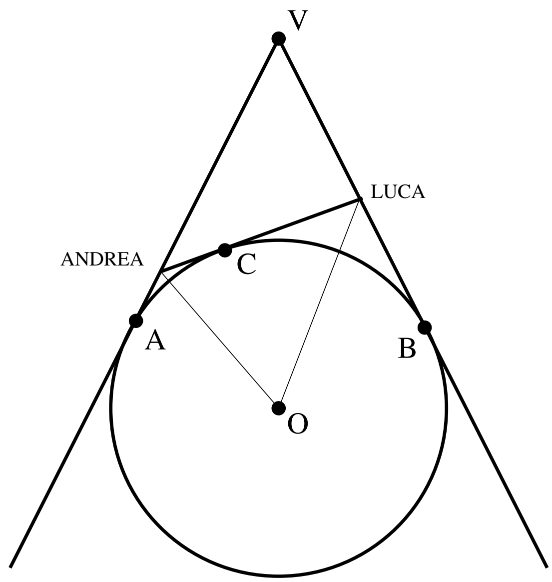
Disfida Matematica 2006

Soluzioni dei problemi 11 – 14

11. **Crescita matematica.** Si tratta di suddividere i 365 giorni di quest'anno (che non è bisestile) nelle 3 tipologie di giorni. I giorni multipli di 3 saranno dati dalla divisione $365/3 = 121$ (scartando il resto); il totale di quelli pari sono 182 da cui però devo togliere i multipli di 6 (che sono sia pari che multipli di 3) che sono 60, e quindi abbiamo $182 - 60 = 122$ giorni del secondo tipo. Rimangono quindi $365 - 121 - 122 = 122$ giorni del terzo tipo. La crescita totale è dunque $3 \cdot 121 + 2 \cdot 122 + 1 \cdot 122 = 729$. La risposta è dunque $\boxed{0729}$. **Nota:** ragionando a gruppi di 6 giorni consecutivi si può osservare che questi sono equamente suddivisi nelle tre tipologie (il terzo e il sesto con crescita di 3 millimetri, il secondo e il quarto con crescita di 2 millimetri, il primo e il quinto con crescita di 1 millimetro, con una crescita media di 2 millimetri al giorno. L'altezza dopo 366 giorni (che è multiplo di 6) sarà quindi di 732 millimetri a cui devo togliere i 3 di crescita del primo gennaio 2007.

12. **Ubriaconi.** Per semplificare un po' i conti osserviamo che tutti i prezzi sono multipli di 8, e che se dividiamo i prezzi unitari per 8 otteniamo un un prezzo con sole cifre 1; dopo questa operazione la spesa complessiva risulta di 8750, ora è chiaro che per minimizzare il numero di cifre complessive conviene massimizzare le bottiglie comprate di prezzo più elevato, e quindi ci saranno 7 bottiglie da 1111 (spesa rimanente 973), 8 da 111 (spesa rimanente 85), 7 da 11 (spesa rimanente 8) e 8 da 1. Il numero di cifre 1 sulla ricevuta saranno $4 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 8 = 74$. La risposta è $\boxed{0074}$.

13. **Il primo laghetto.** La situazione descritta nel testo corrisponde alla figura seguente:



La semiretta da O passante per Andrea è la bisettrice dell'angolo $\widehat{AOC}$ e similmente riguardo a Luca, quindi l'angolo richiesto è sempre la metà dell'angolo $\widehat{AOB}$ indipendentemente dalla posizione del punto di tangenza C. Il quadrilatero $VAOB$ ha due angoli retti, e quindi $\widehat{AOB} = 180 - 56 = 124$. I valori massimo e minimo richiesti sono dunque tra loro coincidenti e valgono $124/2 = 62$. La risposta è $\boxed{6262}$.

14. **Il gioco dell'oca.** Poiché $80 < 100$ conviene prima ragionare sui percorsi verticali considerando positivi gli avanzamenti verso il basso. Il primo tratto verticale corrisponde ad un avanzamento verso il basso di 79 quadretti partendo dalla prima riga in alto; il secondo tratto consiste in un avanzamento di -77 quadretti, e la posizione è $79 - 77 = 2$ verso il basso relativamente alla prima riga. Continuando così la posizione finale sarà: $79 - 77 + 75 - 73...$ fino ad un avanzamento finale di ± 1. Per capire il segno finale osserviamo che il segno è *meno* quando il resto della divisione per 4 di 77, 73, ... è 1, e quindi l'ultimo termine è -1. Raggruppando a due a due si ha $(79 - 77) + (75 - 73) + ... + (3 - 1)$ con un totale di $80/4 = 20$ addendi di valore 2, quindi la posizione sulla verticale è di 40 quadretti dalla prima riga verso il basso, che corrisponde alla riga $1 + 40 = 41$. Siccome dopo l'ultimo avanzamento verticale di una casella verso l'alto non è più possibile proseguire, gli spostamenti orizzontali saranno $(79-79)+(77-75)+...+(5-3)$ (con

valori corrispondenti alla prima serie aumentati di 2, con l'eccezione del primo valore). In ogni caso abbiamo lo stesso numero di termini di prima (20), di cui però il primo vale 0 invece che 2. La somma è dunque 38 e la colonna finale sarà 39. La risposta è $\boxed{4139}$.